

Identification de piézoviscosité en lubrification

J. Molimard ^{a,*}, R. Le Riche ^{a,b}

^a SMS/DMM, École des Mines de St Etienne, 158, crs Fauriel, 42023 St Etienne cedex 2, France

^b CNRS URA 1884, École des Mines de St Etienne, 158, crs Fauriel, 42023 St Etienne cedex 2, France

Reçu le 29 avril 2002 ; accepté le 15 juillet 2003

Résumé

La variation de viscosité de l'huile en fonction de la pression conditionne le comportement des systèmes mécaniques lubrifiés. Une stratégie de caractérisation de la piézoviscosité basée sur des techniques d'analyse d'images et une identification numérique fine est développée en deux temps. Tout d'abord, l'identifiabilité de la piézoviscosité est analysée, dans un cadre de moindres carrés, à partir de données viscosité–pression pour trois modèles rhéologiques (Barus, Roelands et WLF). Des difficultés numériques d'identification dues à la grande variation des ordres de grandeurs des paramètres et des viscosités sont constatées. La solution apportée est un algorithme de Levenberg–Marquardt amélioré par des techniques de mises à l'échelle et une prise en compte de bornes sur les paramètres. La non-identifiabilité du modèle WLF à température constante est prouvée. Puis, la procédure d'identification de piézoviscosité est appliquée à des champs de hauteur du lubrifiant et de pression simulés et bruités. L'identification procède par minimisation du résidu global des équations de Reynolds. Une technique de lissage et dérivation des champs de mesures, basée sur une approximation polynomiale locale est présentée. Les paramètres estimés à partir des champs bruités ont une précision de l'ordre de 5 %.

© 2003 Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abstract

In order to design better mechanisms, the piezoviscosity, i.e., the sensitivity of lubricant viscosity to pressure changes, needs to be accounted for. A strategy for identifying piezoviscosity based on image analysis and numerical identification is devised in two steps. Firstly, the identifiability of three piezoviscosity models (Barus, Roelands and WLF) is analyzed by minimizing a least squares distance between pressure–viscosity responses. Numerical difficulties stem from magnitude differences between parameters and from the wide range of viscosity/pressure values. A strategy based on an improved Levenberg–Marquardt algorithm is proposed. Improvements concern respect of parameter bounds and scaling. The non-identifiability of the WLF piezoviscosity model at constant temperature is proved. Secondly, the piezoviscosity identification strategy is applied to data for noisy lubricant thickness and pressure fields. In this case, piezoviscosity can be recovered by minimizing the Reynolds equations residual globally in the field. A method for smoothing and numerical differentiation of the measurements is described. It is based on building a local polynomial approximation to the field. Using noisy field measurements, piezoviscosity parameters are finally estimated within 5% accuracy.

© 2003 Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Mots-clés : Méthode inverse ; Lubrification ; Levenberg–Marquardt ; Analyse d'images ; Rhéologie

Keywords : Inverse method; Lubrication; Levenberg–Marquardt; Image analysis; Rheology

1. Introduction

Dans le domaine de la lubrification élastohydrodynamique (EHD), la connaissance de la rhéologie du lubrifiant conditionne fortement le comportement général du système mécanique dans lequel il est employé (came/poussoir, en-

grenage, ...). Le lubrifiant voit sa viscosité changer du fait de variations de température, du cisaillement, d'un effet de confinement des molécules ou encore de la simple application d'une pression très élevée. Ce dernier phénomène est connu sous le nom de piézoviscosité. Il fait l'objet de cette communication.

Les modèles rhéologiques, comme les moyens de mesure, ne manquent pas. Cependant, du fait des difficultés expérimentales et numériques afférentes au problème de contact,

* Auteur correspondant.

Adresses e-mail : molimard@emse.fr (J. Molimard), leriche@emse.fr (R. Le Riche).

il faut reconnaître que la rhéologie d'un fluide sous pression est encore largement méconnue.

Récemment, différents auteurs ont proposé des méthodes de mesure permettant de connaître précisément la hauteur de film dans un contact EHD [1]; l'utilisation d'une modélisation mécanique classique conduit à la pression exercée sur le fluide [3]. Cette même modélisation sert également à calculer la rhéologie du lubrifiant, notamment sa piézoviscosité et sa compressibilité.

Devant la complexité du problème posé, ce travail revient sur l'identification de la piézoviscosité à partir d'un contact modèle. Ceci permet de développer une stratégie d'identification qui est testée par sa capacité à recouvrer une rhéologie de référence.

2. La dépendance viscosité–pression

2.1. Modèles les plus utilisés

On trouve dans la littérature de très nombreux modèles rhéologiques. Nous allons nous baser ici sur trois d'entre eux : le modèle de Barus, le modèle de Roelands et le modèle WLF.

Le modèle de Barus, le plus simple, suppose une dépendance viscosité–pression exponentielle. Ce modèle est le plus utilisé, notamment par le biais des équations de Hamrock et Dowson [4], un jeu d'équations simplifiées permettant d'évaluer la hauteur de film minimale et centrale dans un contact EHD. On suppose donc une dépendance de la viscosité η par rapport à la pression P de la forme :

$$\eta(P) = \eta_0 \exp(\alpha \cdot P) \quad (1)$$

Dans l'Éq. (1), η_0 , exprimée en Pa·s, est la viscosité dynamique à la pression ambiante et α le coefficient de piézoviscosité (en Pa⁻¹).

Cependant, expérimentalement, on observe souvent que cette viscosité cesse de croître quand la pression devient élevée ; ainsi, le modèle de Barus peut surestimer la viscosité sous pression. En outre, l'utilisation numérique de cette loi conduit à des difficultés de mise en œuvre du fait de la présence de nombres proches de l'infini. Dans les études numériques récentes [2], on lui préfère souvent le modèle de Roelands :

$$\eta(P) = \eta_0 \exp\left((9,67 + \ln \eta_0) \left[1 + \left(\frac{P}{P_0} \right)^z \right] \right) \quad (2)$$

Dans l'Éq. (2), η_0 est la viscosité dynamique à la pression ambiante, z le coefficient de piézoviscosité, et P_0 une constante du modèle dont la valeur est $1,98 \times 10^8$ Pa.

Enfin, si les travaux numériques se réfèrent couramment aux deux précédents modèles, les travaux expérimentaux utilisent de plus en plus le modèle WLF modifié pour lequel la viscosité dépend également de la température T . Il est basé sur la théorie de volume libre et s'écrit :

$$\log \eta(T, P) = \log \eta_g - \frac{C_1 (T - T_g(P)) \cdot F(P)}{C_2 + (T - T_g(P)) \cdot F(P)} \quad (3)$$

avec :

$$T_g(P) = T_g(0) + A_1 \ln(1 + A_2 P)$$

$$F(P) = 1 - B_1 \ln(1 + B_2 P)$$

η_g , la viscosité à la transition vitreuse est choisie arbitrairement à 10^{12} Pa·s.

Comme on peut le constater, cette loi exprime dans sa forme des notions physiques comme la température de transition vitreuse $T_g(P)$ et le coefficient d'expansion thermique $F(P)$. Elle suppose 7 paramètres— A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 , C_2 et $T_g(0)$ —ce qui donne plus de « souplesse » pour approcher des valeurs expérimentales que les deux modèles précédents.

2.2. Moyens de mesures actuels

Le moyen de mesure de la piézoviscosité le plus complet est l'utilisation d'un viscosimètre haute pression [5] : un mobile chute sous l'effet de la gravité dans un cylindre sous pression rempli du fluide à tester. On montre que la vitesse de chute est proportionnelle à la viscosité du fluide. La mesure de la vitesse de chute pour différentes pressions conduit donc à une courbe de viscosité relative. Grâce à un tel appareil, chacune des lois décrites précédemment peut être identifiée. Cependant, plus la pression est élevée, plus le temps de mesure est long, jusqu'à la limite de la transition vitreuse. Les temps de mesure, de l'ordre de plusieurs minutes, voir d'heures, sont très différents du temps de passage du lubrifiant dans un contact (quelques millisecondes). D'éventuels effets temporels sont donc impossibles à mettre en évidence.

Mais cette approche reste rare et, en pratique, le coefficient de piézoviscosité est souvent déduit de mesures de hauteur de film dans un contact bille/plan en fonction de la vitesse de roulement [6]. La piézoviscosité est alors identifiée à partir de grandeurs macroscopiques et de modèles de lubrification approchés, basés sur la formule de Hamrock et Dowson. Si les temps de passage sont bien respectés l'utilisation de cette formule réduit l'analyse rhéologique à la seule loi prise en compte : la loi de Barus. D'autre part, des études récentes ont mis en évidence les faiblesses de ces modèles [7]. Ainsi, l'erreur commise peut atteindre plus de 20 % de la valeur identifiée en fonction des mises en œuvre [7].

3. Mise en place d'une approche rhéométrique inverse, basée sur des mesure de champ

3.1. Analyse mécanique du problème élastohydrodynamique

La Fig. 1 illustre l'analyse mécanique d'un contact élastohydrodynamique : les deux solides sont supposés élastiques et isotropes. Il est possible de ramener le problème de deux solides élastiques à celui équivalent d'un solide élastique elliptique et d'un solide rigide plan. Ils sont pressés l'un contre

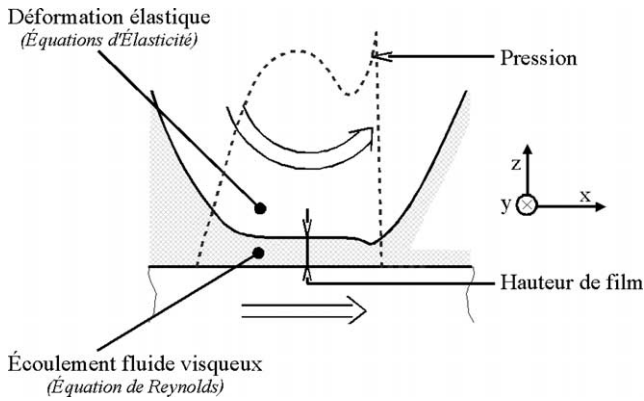


Fig. 1. Modélisation d'un problème de contact EHD.

l'autre, ce qui induit un aplatissement du corps élastique. Les deux solides sont en mouvement; nous supposons ici qu'il s'agit de roulement pur, si bien que l'huile est entraînée dans le convergent du contact par adhésion aux surfaces. Elle les sépare du fait de la portance hydrodynamique liée au changement de géométrie. Si la pression hydrodynamique générée est suffisamment grande, elle provoque une déformation élastique supplémentaire. Ces deux problèmes (fluide et élastique) sont couplés par la complémentarité des géométries du film d'huile et des surfaces d'une part et par l'équilibre entre la pression hydrodynamique et les contraintes élastiques normales d'autre part.

Or, durant les 5 dernières années, des méthodes optiques de champ éprouvées (interférométrie en lumière blanche) couplées à des techniques d'analyse d'images (colorimétrie différentielle) ont été développées [1]. Elles permettent de connaître avec précision l'épaisseur de film d'huile et ainsi il est possible d'évaluer l'écrasement des deux surfaces à l'échelle locale. En utilisant les équations d'élasticité, on remonte ainsi à la pression exercée dans le fluide [3].

Or, pression et épaisseur de film sont deux données fondamentales de l'équation de Reynolds, qui est l'expression

des lois de Navier–Stokes dans le cas où une dimension est très petite devant les autres :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{u}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) \quad (4)$$

Les coordonnées de l'espace x et y correspondent respectivement à la direction d'écoulement du fluide et à la direction transversale, comme cela est indiqué Fig. 1.

Dans l'expression (4), le lubrifiant est supposé compressible, mais la compressibilité reste faible, et on peut la considérer connue dans un premier temps. Ainsi, seule la viscosité η est une inconnue.

Cette analyse a déjà été proposée par Ostensen [9]. Son travail visait à identifier point par point les paramètres de Roelands dans un contact élastohydrodynamique simulé numériquement. Pour une identification correcte, Ostensen concluait que le bruit sur la hauteur de film devait être inférieur à 3 nm. Cette contrainte expérimentale est aujourd'hui levée, et une application de ces premiers travaux est maintenant envisageable. À la différence de l'auteur précédent, nous proposons ici une approche permettant l'utilisation de différents modèles de piézoviscosité. D'autre part, nous imposons une loi de comportement unique sur tout l'espace de mesure. En outre, du fait de l'utilisation de données venant d'un contact élastohydrodynamique, les temps de passage du lubrifiant sont automatiquement respectés.

3.2. Stratégie adoptée

L'identification présente deux types de difficultés. D'une part la pression dans un contact bille/plan varie de 10^5 à 10^9 Pa, ce qui induit une variation de la viscosité de plusieurs ordres de grandeur (de 10^{-1} à 10^6 Pa·s). D'autre part, les données expérimentales $P(x, y)$ et $h(x, y)$ sont bruitées, ce qui rend délicat le calcul des dérivées premières et secondes de l'équation de Reynolds (4).

La stratégie adoptée, résumée en Fig. 2, a consisté en deux sous-études qui découpent les difficultés. La première

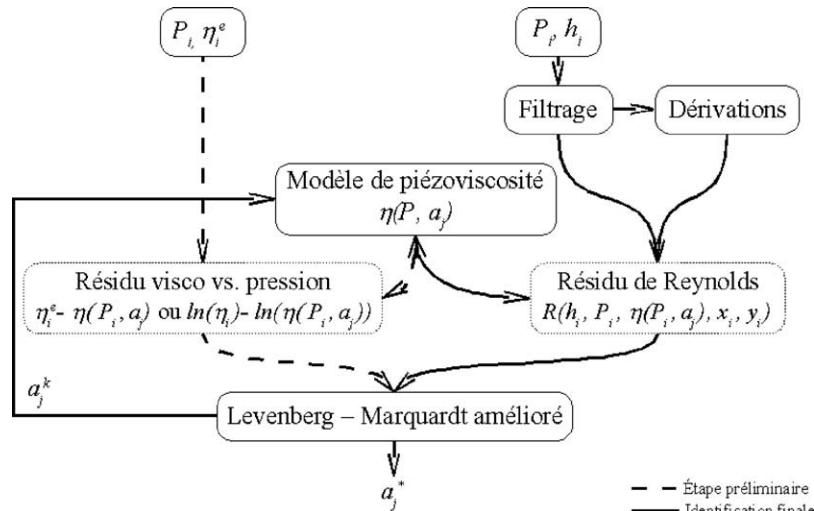


Fig. 2. Schéma synoptique.

étape est l'identification des paramètres de rhéologie à partir de courbes viscosité/pression, ce qui permet d'étudier spécifiquement le problème des ordres de grandeurs.

La deuxième sous-étude est l'identification de la piézo-viscosité à partir de mesures simulées des champs $h(x, y)$ et $P(x, y)$. Un résidu basé sur l'équation de Reynolds est utilisé. L'approche d'identification est validée sur les données non bruitées. Puis un bruit normal, représentatif du bruit expérimental, est introduit de manière à tester la robustesse de l'algorithme.

4. Méthode d'identification, calcul de sensibilité

En l'absence d'hypothèses statistiques particulières sur les expériences, l'approche de l'identification de modèle la mieux maîtrisée est la minimisation d'une distance en moindres carrés entre modèle et expériences,

$$\min_x J(x) = \frac{1}{2m} R(x)^T R(x) \quad (5)$$

où x est le vecteur des n paramètres à identifier (par exemple η_0 et α pour Barus) et $R(x)$ est le vecteur des m résidus, c'est à dire un vecteur écart entre modèle et expériences. Deux définitions de $R(x)$ sont discutées ci-après. R étant une fonction non linéaire de x , le problème (5) est résolu au moyen de l'algorithme de Levenberg–Marquardt [10,11]. Cet algorithme est complété ici pour faire face aux trois difficultés de l'identification de lubrifiant : les ordres de grandeurs des paramètres sont très différents (dans WLF, A_2 est en 10^{-9} , η_g^0 en 10^9), les ordres de grandeurs des viscosités aussi (10^{-1} à 10^5 Pa·s), et les paramètres sont bornés. Des stratégies de mise à l'échelle et la définition d'un résidu ad-hoc permettent de traiter les deux premières difficultés. La satisfaction des conditions de Kuhn et Tucker à chaque itération de l'algorithme par résolution d'un problème adjoint est notre méthode de prise en compte des bornes. Ainsi, à chaque itération, l'algorithme de Levenberg–Marquardt mis en œuvre résout le problème suivant, où R est linéarisé autour des paramètres courants, x_k ,

$$\begin{aligned} \min_{\bar{x}^{k+1}} \frac{1}{2} \|R(x_k) + \nabla_{\bar{x}} R(x_k)(\bar{x}_{k+1} - \bar{x}_k)\|^2 \\ \frac{1}{2} \|D^k(\bar{x}_{k+1} - \bar{x}_k)\|^2 \leq \delta_k^2 \\ \bar{x}_{\min} \leq \bar{x}_{k+1} \leq \bar{x}_{\max} \end{aligned} \quad (6)$$

A chaque itération, les conditions de Kuhn et Tucker s'écrivent :

$$\begin{aligned} [\nabla_{\bar{x}} R(x_k)^T \nabla_{\bar{x}} R(x_k) + \lambda_k I](\bar{x}_{k+1} - \bar{x}_k) + \mu - \gamma \\ = -\nabla_{\bar{x}} R(x_k)^T R(x_k) \\ \mu(\bar{x}_{k+1} - \bar{x}_{\max}) = 0, \quad \gamma(-\bar{x}_{k+1} + \bar{x}_{\min}) = 0 \\ \mu \geq 0, \quad \gamma \geq 0 \\ \bar{x}_{k+1} - \bar{x}_{\max} \leq 0, \quad -\bar{x}_{k+1} + \bar{x}_{\min} \leq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

où λ_k , μ et γ sont les multiplicateurs de Kuhn et Tucker associés à la limitation sur les déplacements et aux bornes sur les variables, respectivement. L'algorithme de Levenberg–Marquardt se différencie des méthodes de région de confiance par le fait qu'à chaque itération δ_k n'est jamais choisi, mais implicitement fixé à travers le choix de λ_k dont la valeur est corrigée pour assurer une décroissance de J . Contrairement à λ_k , les multiplicateurs μ , et γ sont calculés par résolution du système (7) au moyen d'une technique de contraintes actives [12].

Deux stratégies de mise à l'échelle apparaissent dans (6), d'une part à travers les paramètres normés \bar{x} , et d'autre part à travers la matrice diagonale D^k . Plus précisément,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1^{\text{ref}} \\ \cdot \\ x_n^{\text{ref}} \end{bmatrix} \bar{x} = x \quad \text{et} \\ D_{ii}^k = \max(\|(\nabla_{\bar{x}} R(x_k))_i\|, D_{ii}^{k-1}) \end{aligned} \quad (8)$$

De plus amples détails sur cet algorithme se trouvent dans [11].

La sensibilité du critère J aux paramètres est caractérisée par les valeurs et vecteurs propres, s_k et v_k de la matrice de Gauss–Newton au point de convergence de l'algorithme,

$$\nabla R(x^*)^T \nabla R(x^*)$$

Notamment, le vecteur v_1 , associé à la plus faible valeur propre s_1 , indique la direction dans l'espace des paramètres qui change le moins J autour de x^* . Si s_1 est proche de 0, le problème est mal posé car les paramètres $x^* + \varepsilon v_1$, pour ε petit, ont tous le même critère J . De plus, le rapport de la plus grande à la plus petite valeur propre, s_n/s_1 , quantifie le conditionnement du problème, c'est à dire la stabilité de sa solution à des perturbations expérimentales.

5. Identification numérique du lubrifiant

5.1. Identification à partir de mesures de viscosité

Une première série d'identifications est réalisée directement à partir de valeurs de viscosité pour différentes pressions. Les « mesures » sont générées par le modèle de Barus avec $\eta_0 = 204$ mPa·s et $\alpha = 43,5$ GPa $^{-1}$, ce qui correspond au lubrifiant spatial 5P4E à 50 °C. Ces premières identifications montrent l'influence du choix du résidu, des stratégies de mise à l'échelle, et du choix du modèle de piézo-viscosité. Les conclusions obtenues sur ce problème sont généralisables à l'identification à partir de champs.

5.1.1. Choix du résidu

Deux résidus, R_1 et R_2 , sont comparés,

$$R_1 = \frac{\eta(p)}{\eta_0} - \frac{\tilde{\eta}(p)}{\eta_0}, \quad R_2 = \ln\left(\frac{\eta(p)}{\eta_0}\right) - \ln\left(\frac{\tilde{\eta}(p)}{\eta_0}\right) \quad (9)$$

Les logarithmes dans R_2 servent à équilibrer les contributions des viscosités aux différentes pressions dans le critère

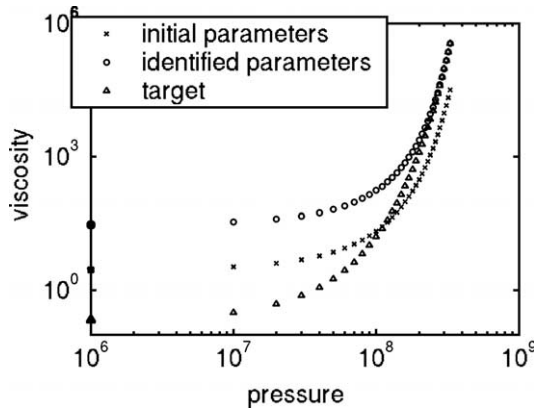


Fig. 3. Identification avec R_1 , modèle WLF.

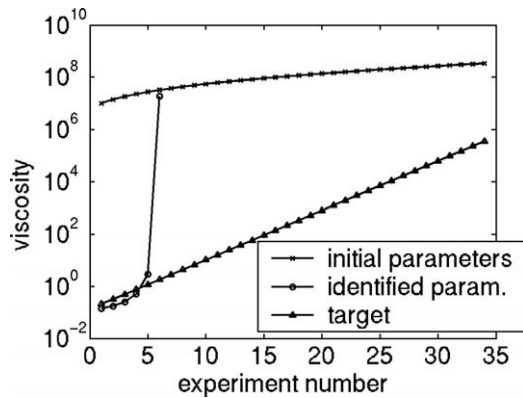


Fig. 4. Optimum local lié à l'état vitreux, modèle WLF, résidu R_2 .

J puisque les ordres de grandeurs passent de 10^{-1} à 10^6 . L'utilisation de R_1 dans (5) résulte en un modèle de viscosité qui n'identifie que les hautes pressions (cf. Fig. 3).

Dans le cas du modèle WLF et avec des résidus de la forme R_2 , certains jeux de paramètres peuvent conduire à un état vitreux du lubrifiant, domaine dans lequel la viscosité n'est plus définie. Il est nécessaire, lors de l'identification du modèle WLF, d'éviter ces jeux de paramètres qui, bien qu'ils n'aient pas de signification physique, engendrent des optima locaux de J . La Fig. 4 en est un exemple : seules les expériences à basse pression, où l'état vitreux n'est pas atteint, sont prises en considération pendant l'identification. Ce problème est résolu en pénalisant R_2 par la proportion de points se trouvant dans un état vitreux, P_v ,

$$R_3 = \text{penal}^{P_v} \times R_2, \quad \text{ou penal} = 10 \quad (10)$$

R_3 définit les résidus pour la suite de la Section 3.

5.1.2. Mises à l'échelle

Les deux mises à l'échelle de l'Éq. (8) sont particulièrement nécessaires à l'identification du modèle WLF dont les paramètres diffèrent d'un ordre de grandeur de 10^{18} . Sans mise à l'échelle, l'algorithme de Levenberg–Marquardt s'arrête sur des points non optimaux. Ainsi, les paramètres de WLF identifiés sur la Fig. 5 ont un critère $J = 1,12 \times 10^{-1}$, alors qu'avec mises à l'échelle des solutions reproduisant

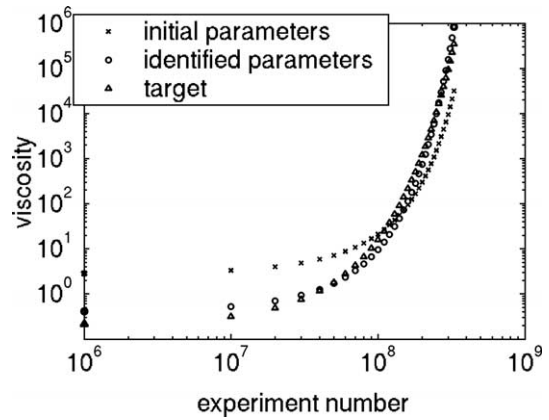


Fig. 5. Identification de WLF sans mise à l'échelle, $J(x^*) = 1,12 \times 10^{-1}$.

parfaitement les expériences sont obtenues (J de l'ordre de 10^{-9}). Des convergences vers l'optimum sont obtenues avec normalisation (i.e., calcul de \bar{x}) et sans utilisation de D^k , mais avec un surcoût de l'ordre de 1000 itérations. Dans les identifications à partir de mesures de champ, D^k devient nécessaire à la localisation d'une solution. Les deux stratégies de mise à l'échelle sont employées dans la suite de ce travail.

5.1.3. Choix du modèle de piézoviscosité

L'identifiabilité des modèles de viscosité est décrite, de manière formelle, par l'unicité de la solution de la minimisation de J . Autour d'un point solution x^* , l'apparition de valeurs propres nulles dans la matrice de Gauss–Newton caractérise l'existence d'une infinité de solutions (cf. Section 4). Ce test décrit l'unicité locale de x^* . En pratique, il est également important de mesurer la stabilité de la solution de l'identification. Le conditionnement peut être utilisé à cet effet (cf. Section 4). Enfin, la présence de minima locaux dans J est susceptible de faire échouer l'algorithme de Levenberg–Marquardt.

Ces trois aspects de l'identifiabilité, l'unicité locale, la stabilité et la globalité de la solution, sont maintenant caractérisés en répétant les identifications des modèles de Barus, Roelands et WLF à partir de 2 points initiaux différents, et en réalisant une étude de sensibilité au point de convergence. Les résultats sont présentés dans le Tableau 1. Un unique point de convergence, x^* , est rapporté car aucun minimum local n'a été détecté pour les 3 modèles. Seul le conditionnement de WLF est mauvais. L'étude de sensibilité révèle que le modèle WLF n'est pas identifiable avec les expériences considérées, où la pression varie mais la température reste constante. En effet, la matrice de Gauss–Newton possède une valeur propre quasi-nulle avec un vecteur propre associé¹ $v_1 = [9,99e-01; -1,46e-11; -1,59e-03; 2,84e-11; -4,11e-08; -2,37e-11; -1,57e-11; 2,84e-14]^T$. Ce vecteur, normalisé par les ordres de grandeurs des param-

¹ L'ordre des coordonnées est $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, \eta_g, T_{g0}$.

Tableau 1
Identifications à partir de données viscosité–pression, comparaison des modèles

| Modèle | Barus | Roelands | WLF |
|--------------------------|---|--|--|
| x^* | $\eta_0 = 204 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ $\alpha = 43,5 \text{ GPa}^{-1}$ | $\eta_0 = 214 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ $z = 1,036$ | $A_1 = 1,25 \times 10^2$; $A_2 = 1,45 \times 10^{-9}$; $B_1 = 2,98 \times 10^{-1}$; $B_2 = 1,39 \times 10^{-9}$; $C_1 = 2,60 \times 10^1$; $C_2 = 1,30 \times 10^2$; $\eta_g = 5,93 \times 10^7$; $T_{g0} = -1,27 \times 10^1$; |
| $J(x^*)$ | 1×10^{-19} | $1,92 \times 10^{-4}$ | $5,30 \times 10^{-9}$ |
| Conditionnement en x^* | $2,41 \times 10^2$ | $8,80 \times 10^1$ | $1,01 \times 10^{17}$ |

ètres $x^{\text{ref}} = [1,45\text{e}+02; 2,04\text{e}-09; 2,90\text{e}-01; 1,00\text{e}-08; 1,25\text{e}+01; 3,73\text{e}+01; 1,00\text{e}+09; -8,03\text{e}+01]$, devient $= [7,97\text{e}-03; -1,01\text{e}-02; -5,34\text{e}-03; 2,04\text{e}-02; -1,58\text{e}-09; -1,82\text{e}-13; -2,65\text{e}-19; -2,23\text{e}-15]^T$, ce qui montre que l'infinité de solutions est obtenue en variant les 4 premiers paramètres, A_1 , A_2 , B_1 , et B_2 , les autres paramètres étant fixés.

5.2. Identification à partir de mesures de champ

5.2.1. Description du blochet

Les premiers tests d'identification ont été réalisés avec un contact simulé. Cette approche permet d'éliminer les incertitudes expérimentales et le bruit, mais surtout le comportement rhéologique du lubrifiant, mal connu dans un cas réel, devient un paramètre parfaitement maîtrisé. Ainsi, seul le processus d'identification est testé.

La simulation choisie est un contact lubrifié composé d'un plan incliné glissant sur un autre plan horizontal (un blochet). Le convergent ainsi formé permet la génération de pression et donc une portance hydrodynamique. Si le débit de fuite est négligé (problème unidirectionnel), et si le fluide est supposé incompressible piézo-visqueux selon la loi de Barus, une solution analytique existe. Les profils de hauteur et de pression sont représentés Fig. 6 pour une viscosité η_0 et un coefficient de piézo-viscosité α respectivement de 204 mPa·s et de 43,5 GPa⁻¹. La pression maximale est de 70,4 MPa dans ce cas, ce qui correspond à une valeur faible pour un contact EHD, mais ce maximum est imposé par la méthode de résolution utilisée.

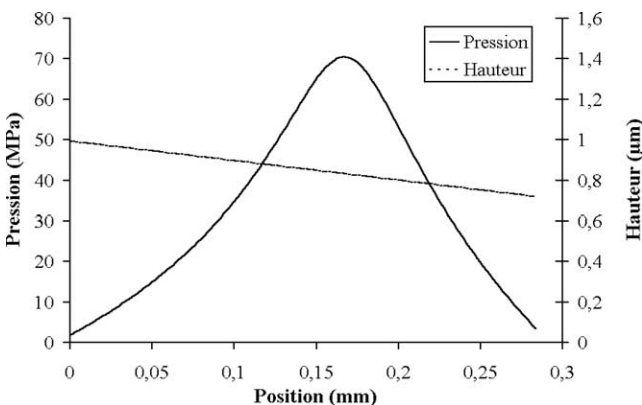


Fig. 6. Champ de hauteur et de pression dans un blochet.

5.2.2. Dérivation et filtrage

L'équation de Reynolds (4) résume les conditions que doit satisfaire le fluide en chaque point du champ. Elle sert à formuler un résidu R_4 , qui, injecté dans l'Eq. (5), définit le problème d'identification dont les inconnues sont les coefficients de piézo-viscosité :

$$R_4(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial P}{\partial y} \right) - \frac{u}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) \quad (11)$$

P et h proviennent des mesures de champ. Des précautions particulières sont prises pour lisser et dériver P et h , car leurs dérivées premières et secondes interviennent dans le résidu R_4 (11). Le lissage et la dérivation des champs expérimentaux procèdent par l'approximation des champs dans le voisinage de chaque point par un polynôme de degré 3. Le voisinage est un carré centré sur le point courant et de côté L . L est également appelé horizon dans la suite du texte. Pour chaque point (x, y) du champ, la pression P est approchée par f_P (la même démarche est appliquée à h , ce qui produit f_h)

$$f_P(x, y; a) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy + \dots + a_{10}y^3 \\ = (1 \dots y^3)^T \begin{pmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_{10} \end{pmatrix} = X^T a \quad (12)$$

Les coefficients a_i^* sont identifiés par minimisation de la distance en moindres carrés entre f_P et P pour les n_V points X_i , d'un voisinage donné,

$$P^* = \arg \min_a \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_V} (X_i^T a - P_i)^2 = (Va - P)^T (Va - P) \quad (13)$$

ou

$$V = \begin{bmatrix} X_1^T \\ \dots \\ X_{n_V}^T \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad P = \begin{pmatrix} P_1 \\ \dots \\ P_{n_V} \end{pmatrix} \quad (14)$$

a^* , qui est donc la solution d'un problème de moindres carrés linéaires, est obtenue directement par le produit de la pseudo-inverse de V , dénotée V' , par P [13],

$$a_P^* = V' P \quad (15)$$

De même,

$$a_h^* = V' H \quad (16)$$

Ainsi, en chaque point du champ de mesures, le résidu R_4 est calculé en remplaçant P par $f_P(; a_p^*)$, h par $F_h(; a_h^*)$, et les dérivées par les dérivées analytiques des f . Par exemple,

$$\frac{\partial P}{\partial y} \rightarrow \frac{\partial f_P(; a_p^*)}{\partial y} = a_{3,P}^* + a_{4,P}^* x + \dots + 3a_{10,P}^* y^2 \quad (17)$$

L'utilisation de la pseudo-inverse dans la résolution du problème de moindres carrés permet de garantir que, si plusieurs jeux de coefficients a^* sont solutions de l'approximation, celui de plus petite norme, donc le polynôme solution le plus régulier, est calculé. La complexité (les oscillations) de l'approximation f peut être contrôlée en réduisant le degré du polynôme ou en augmentant la taille de l'horizon L . Dans les résultats présentés ci-après, le niveau de complexité de l'approximation est ajusté en fonction du bruit expérimental en changeant L .

5.2.3. Identification sans bruit

Dans un premier temps, pour contrôler la validité de la fonction de minimisation choisie, nous avons traité le cas idéal d'un blochet non bruité. Les résultats trouvés avec le modèle de Barus et le modèle de Roelands sont en très bon accord avec ce qui pouvait être attendu à partir de l'identification sur les courbes viscosité/pression, comme le montre le Tableau 2.

La forme du résidu, qui est ici un champ, apporte des informations sur les zones les plus actives dans l'identification : la Fig. 7 montre que le résidu est proche de zéro à l'entrée et à la sortie du contact. Ces zones correspondent à des pressions et à des dérivées secondes faibles alors que le

Tableau 2
Identification de paramètres, le cas du blochet sans bruit expérimental

| | Valeurs identifiées | Valeurs cibles (d'après 5,2) | Écarts (%) |
|--------------------|---|---|--------------|
| Modèle de Barus | $\eta_0 = 205 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ $\alpha = 43,5 \text{ GPa}^{-1}$ | $\eta_0 = 204 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ $\alpha = 43,5 \text{ GPa}^{-1}$ | 0,50 0,70 |
| Modèle de Roelands | $\eta_0 = 207 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ $z = 1,0465$ | $\eta_0 = 214 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ $z = 1,036$ | 3,40 1,00 |

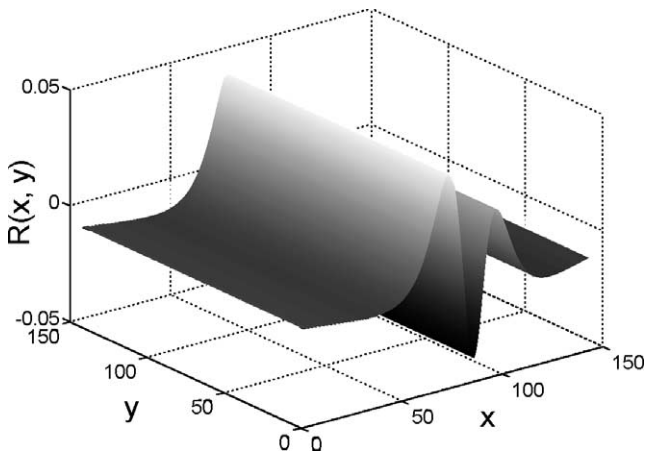


Fig. 7. Forme du résidu après convergence de l'identification, modèle de Barus.

gradient de pression est extremal. L'erreur augmente lorsque la pression et sa dérivée seconde croissent en valeur absolue.

5.2.4. Identification en présence de bruit

Dans un second temps, nous avons étudié l'influence du bruit expérimental sur les grandeurs identifiées. Nous avons ajouté à $h(x, y)$ et $P(x, y)$ un bruit de $\pm 3 \text{ nm}$ et de $\pm 10\%$ respectivement. Ce bruit correspond aux caractérisations les plus pessimistes présentées dans [8]. Comme la taille de l'horizon choisi joue le rôle d'un filtre haute fréquence vis-à-vis du bruit, une étude a été conduite par rapport à ce paramètre.

Deux approches peuvent être menées pour constater l'effet de l'horizon. Tout d'abord, il est possible d'observer l'allure des champs et de leurs dérivées, comme c'est le cas Fig. 8. Pour un horizon $L = 7$ points, la dérivée seconde est noyée dans le bruit, alors que pour $L = 27$, la pression, ses dérivées premières et secondes sont lissées, même si un défaut sur le minimum de la dérivée seconde est clairement identifiable. Qualitativement, la forme des surfaces ne semble pas affectée par le filtrage.

D'autre part, nous avons comparé les résultats de l'identification en variant L , le modèle (Roelands ou Barus), et le nombre de paramètres identifiés. La Fig. 9 montre l'erreur relative commise sur chacun des paramètres rhéologiques identifiés pour les différents cas en fonction de la taille de

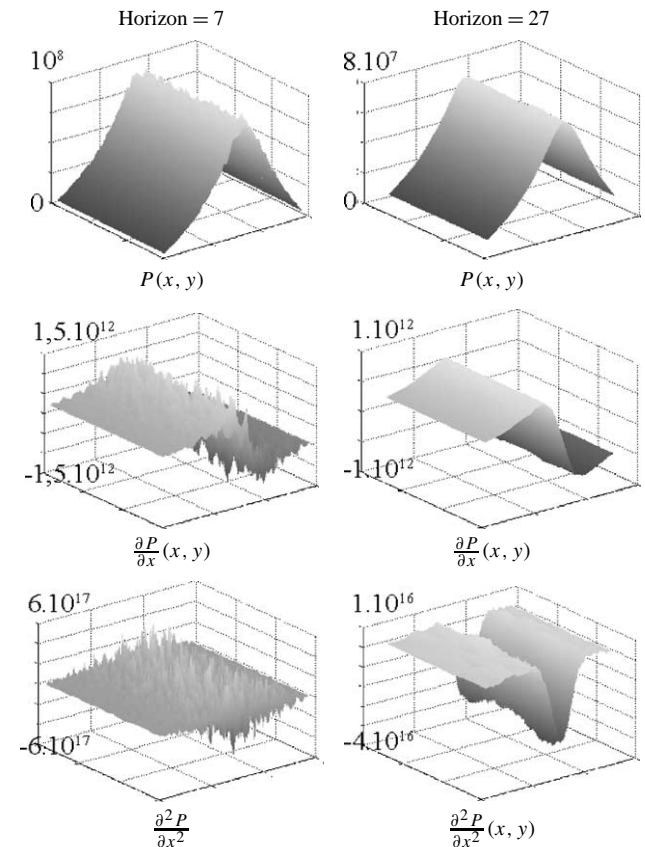


Fig. 8. Influence de l'horizon sur les données et leurs dérivées.

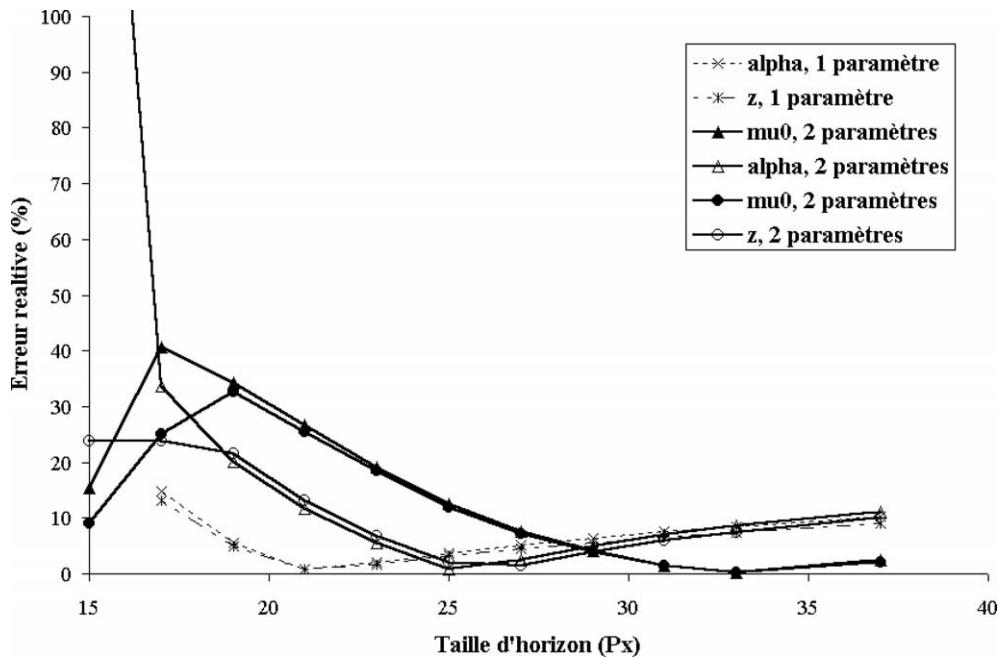


Fig. 9. Influence de la taille de l'horizon L sur l'identification avec bruit.

l'horizon. Notons que les courbes d'erreur n'existent que lorsque l'horizon a une taille supérieure à 17 ; en deçà, la fonction résidu R_4 n'a pas de minimum dans l'espace des valeurs possibles.

Ces différentes courbes d'erreur passent toutes par un minimum : avant ce minimum, le bruit induit une erreur sur les valeurs identifiées ; au delà, le processus de filtrage change la nature du signal exploité, et l'erreur relative augmente à nouveau, mais selon une pente plus faible. Il est remarquable que les différents minima sont dissociés : si la détermination est faite sur un seul paramètre, le minimum se trouve pour $L = 21$. Dans le second cas, le paramètre de viscosité est optimal lorsque $L = 25$ ou 27 , et le paramètre de piézoviscosité lorsque $L = 33$. Pour ce dernier cas, lorsque $L = 29$, l'erreur sur chacun des paramètres est inférieure à 5 %.

6. Conclusions

Une stratégie d'identification de la piézoviscosité d'un lubrifiant à partir de mesures des champs de hauteur et de pression a été présentée.

La première partie de l'étude se concentre sur l'identification à partir de mesures viscosité et de pression. Il y est constaté que l'identification de la piézoviscosité est rendue difficile d'abord par les différences d'échelles entre les paramètres identifiés puis par la variabilité des ordres de grandeurs des viscosités. Un traitement numérique approprié est proposé. Il consiste en une formulation logarithmique du résidu, et en deux améliorations de l'algorithme de Levenberg–Marquardt, la prise en compte des bornes, et

des stratégies de mises à l'échelle. Une étude du conditionnement du problème d'identification pour différents modèles de piézoviscosité montre que le modèle WLF n'est pas identifiable à température constante.

Les méthodes développées sont ensuite appliquées à l'identification à partir de mesures de champs de pression et de hauteur de film de lubrifiant. Un résidu basé sur l'équation de Reynolds est utilisé. Les champs mesurés sont lissés par approximations locales. Si la taille des voisinages servant à construire les approximations est convenablement choisie, les procédures d'identifications développées permettent de retrouver des paramètres de modèles à 5 % près en présence de bruit de mesure.

Ces résultats, qui fournissent une méthodologie pour l'identification de modèles de piézoviscosité, devraient, à l'avenir, aider à la mise en œuvre de modèles de lubrification complexes. La stratégie proposée est applicable à tous les modèles de piézoviscosité. A travers l'utilisation des mesures de champs, cette méthode peut prendre en compte les temps réels des phénomènes rhéologiques, ce qui n'est pas le cas des mesures standards actuelles.

Références

- [1] J. Molimard, M. Querry, P. Vergne, I. Krupka, M. Hartl, R. Poliscuk, M. Liska, Differential colorimetry: a tool for the analysis of fluid film lubrication, *Méc. Ind.*, à paraître.
- [2] G. Ninjenbanning, C.H. Venner, H. Moes, Film thickness in elastohydrodynamically lubricated elliptic contact, *Wear* 36 (1994) 217–229.
- [3] J. Molimard, M. Querry, P. Vergne, Evaluation of pressure using inverse method, in: *Proc. SEM Annual Meeting*, Milwaukee, 2002.

- [4] B.J. Hamrock, D. Dowson, Isothermal elastohydrodynamic lubrication of point contact, Part III: fully flooded results, *J. Lubrication Technol.* 99 (2) (1977) 264–276.
- [5] P. Vergne, G. Roche, Measurement of physical properties in liquids under high pressure by ultrasonic technique, *High Pressure Res.* 8 (1991) 516–518.
- [6] J. Molimard, M. Querry, P. Vergne, Rhéologie du lubrifiant en conditions réelles : mesures et confrontation à un contact bille/disque, *La Revue de Métallurgie* (2001) 141–148.
- [7] I. Krupka, M. Hartl, R. Poliscuk, J. Cermak, M. Liska, Experimental evaluation of EHD film shape and its comparison with numerical solution, *J. Tribology* 122 (4) (2000) 689–696.
- [8] J. Molimard, Étude expérimentale du régime de lubrification en film mince—application aux fluides de laminage, thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1999.
- [9] J.O. Ostensen, R. Larsson, C.H. Venner, Determination of viscosity and pressure in an elastohydrodynamic rolling contact by using optical interferometry: a theoretical study, *Proc. Inst. Mech. Engrs.* 210 (1996) 259–267.
- [10] J. Moré, The Levenberg–Marquardt algorithm: implementation and theory, in: G.A. Watson (Ed.), *Numerical Analysis*, in: *Lecture Notes in Math.*, Vol. 630, Springer-Verlag, Dundee, 1997, pp. 105–116.
- [11] R. Le Riche, F. Guyon, Least squares parameter estimation and the Levenberg–Marquardt algorithm: deterministic analysis, sensitivities and numerical experiments, rapport technique n° 041/99, Laboratoire de Mécanique de Rouen, INSA de Rouen, 1999.
- [12] P.E. Gill, W. Murray, M.H. Wright, *Practical Optimization*, Academic Press, 1981.
- [13] A. Björck, Least squares methods, in: P.G. Ciarlet, J.L. Lions (Eds.), *Handbook of Numerical Analysis*, Vol. 1, Elsevier, 1990.